

Prépa brevet

Site utile :

- www.hopla-maths.com (site avec les cours et exercices vus dans l'année)
- www.apmep.fr (site avec les sujets brevet des années précédentes)
- www.collmathage.fr (site avec des fiches de soutien)

Table de matières :

Exercice 1 : (calcul littéral)	2
Exercice 2 : (algorithmique)	2
Exercice 3 : (géométrie)	3
Exercice 4 : (probabilité)	3
Exercice 5 : (probabilité)	4
Exercice 6 : (algorithmique)	4
Exercice 7 : (géométrie)	5
Exercice 8 : (fonction)	6
Exercice 9 : (transformation)	7
Exercice 10 : (vitesse)	7
Exercice 11 : (fonction)	8
Exercice 11 : (calcul littéral)	8
Exercice 12 : (probabilité)	9
Exercice 13 : (pourcentage et volume)	9
Exercice 14 : (triangle rectangle)	10
Exercice 15 : (proportionnalité)	11
Exercice 16 : (graphique)	12
Exercice 17 : (calcul littéral et vitesse)	12
Exercice 18 : (Calcul littéral)	13

Exercice 1 : (calcul littéral)

Voici un programme de calcul

- Choisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 4.
- Ajouter 8.
- Multiplier le résultat par 2.

1. Vérifier que si on choisit le nombre -1 , ce programme donne 8 comme résultat final.
2. Le programme donne 30 comme résultat final, quel est le nombre choisi au départ ?

Dans la suite de l'exercice, on nomme x le nombre choisi au départ.

3. L'expression $A = 2(4x + 8)$ donne le résultat du programme de calcul précédent pour un nombre x donné.

On pose $B = (4 + x)^2 - x^2$.

Prouver que les expressions A et B sont égales pour toutes les valeurs de x .

4. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

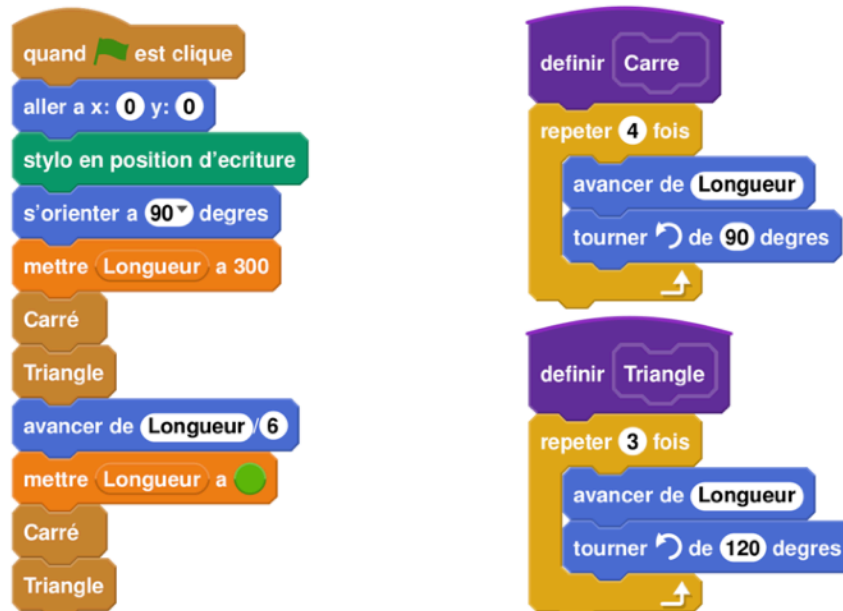
- Affirmation 1 : Ce programme donne un résultat positif pour toutes les valeurs de x .
- Affirmation 2 : Si le nombre x choisi est un nombre entier, le résultat obtenu est un multiple de 8.

Exercice 2 : (algorithmique)

Les longueurs sont en pixels.

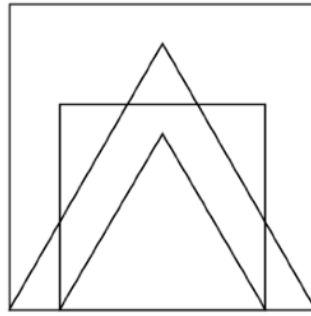
L'expression « s'orienter à 90 » signifie que l'on s'oriente vers la droite.

On donne le programme suivant :



1. On prend comme échelle 1 cm pour 50 pixels.
 - a. Représenter sur votre copie la figure obtenue si le programme est exécuté jusqu'à la ligne 7 comprise.
 - b. Quelles sont les coordonnées du stylo après l'exécution de la ligne 8 ?

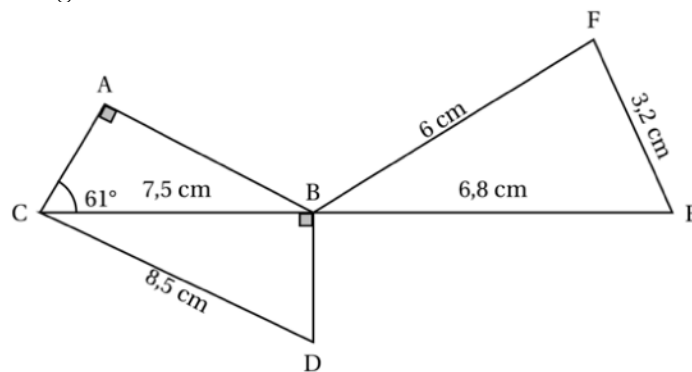
2. On exécute le programme complet et on obtient la figure ci-dessous qui possède un axe de symétrie vertical. Recopier et compléter la ligne 9 du programme pour obtenir cette figure.



3. a. Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.
- b. Quel est le rapport des aires entre les deux carrés dessinés ?

Exercice 3 : (géométrie)

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur. Les points C, B et E sont alignés. Le triangle ABC est rectangle en A. Le triangle BDC est rectangle en B.



1. Montrer que la longueur BD est égale à 4 cm.
2. Montrer que les triangles CBD et BFE sont semblables.
3. Sophie affirme que l'angle \widehat{BFE} est un angle droit. A-t-elle raison ?
4. Max affirme que l'angle \widehat{ACD} est un angle droit. A-t-il raison ?

Exercice 4 : (probabilité)

Dans son lecteur audio, Théo a téléchargé 375 morceaux de musique. Parmi eux, il y a 125 morceaux de rap. Il appuie sur la touche « lecture aléatoire » qui lui permet d'écouter un morceau choisi au hasard parmi tous les morceaux disponibles.

1. Quelle est la probabilité qu'il écoute du rap ?
2. La probabilité qu'il écoute du rock est égale à $\frac{7}{15}$.
Combien Théo a-t-il de morceaux de rock dans son lecteur audio ?

3. Alice possède 40 % de morceaux de rock dans son lecteur audio.

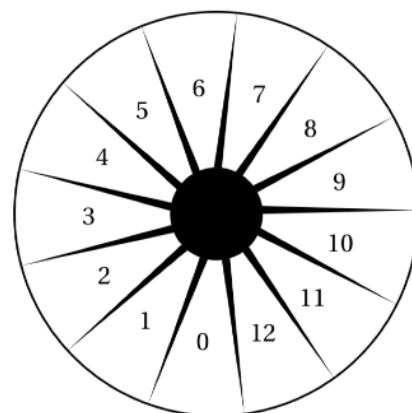
Si Théo et Alice appuient tous les deux sur la touche « lecture aléatoire » de leur lecteur audio, lequel a le plus de chances d'écouter un morceau de rock ?

Exercice 5 : (probabilité)

On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.

On lance la boule sur le plateau. La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée.

La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.



1. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ?

2. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre impair ?

3. Quelle est la probabilité que le numéro de la case sur lequel la boule s'arrête soit un nombre premier ?

4. Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9. A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7 ? Argumenter à l'aide d'un calcul de probabilités.

Exercice 6 : (algorithmique)

Dans tout l'exercice l'unité de longueur est le mm.

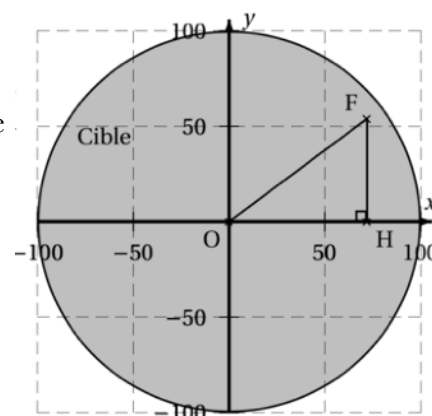
On lance une fléchette sur une plaque carrée sur laquelle figure une cible circulaire (en gris sur la figure). Si la pointe de la fléchette est sur le bord de la cible, on considère que la cible n'est pas atteinte.

On considère que cette expérience est aléatoire et l'on s'intéresse à la probabilité que la fléchette atteigne la cible.

— La longueur du côté de la plaque carrée est 200.

— Le rayon de la cible est 100.

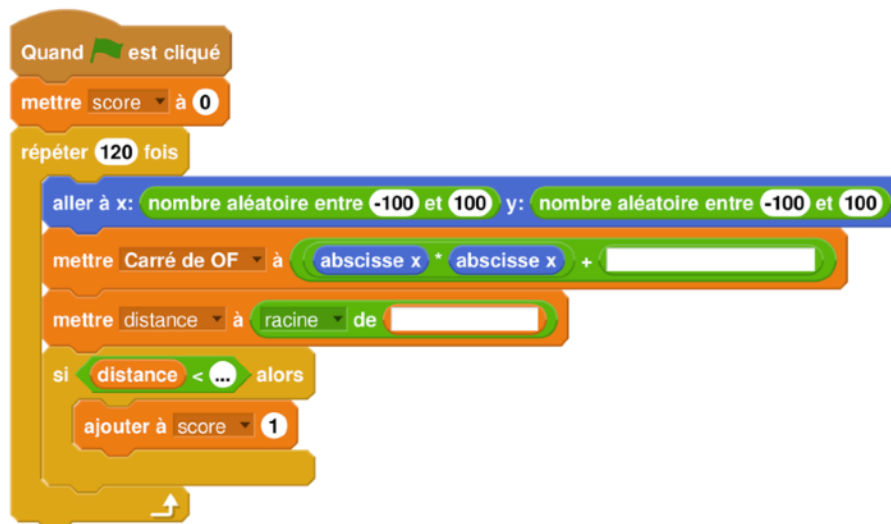
— La fléchette est représentée par le point F de coordonnées $(x ; y)$ où x et y sont des nombres aléatoires compris entre -100 et 100 .



1. Dans l'exemple ci-dessus, la fléchette F est située au point de coordonnées $(72 ; 54)$. Montrer que la distance OF, entre la fléchette et l'origine du repère est 90.

2. D'une façon générale, quel nombre ne doit pas dépasser la distance OF pour que la fléchette atteigne la cible ?

3. On réalise un programme qui simule plusieurs fois le lancer de cette fléchette sur la plaque carrée et qui compte le nombre de lancers atteignant la cible. Le programmeur a créé trois variables nommées : **carré de OF**, **distance** et **score**.

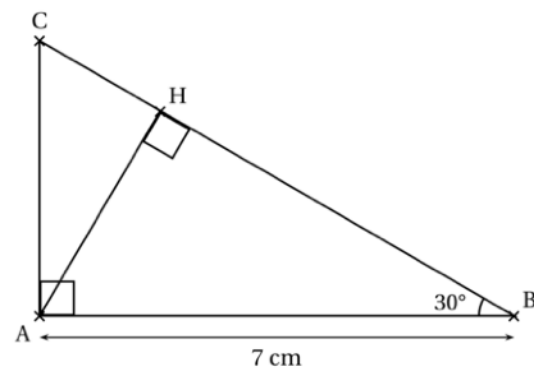


- Lorsqu'on exécute ce programme, combien de lancers sont simulés ?
- Quel est le rôle de la variable score ?
- Compléter et recopier sur la copie uniquement les lignes 5, 6 et 7 du programme afin qu'il fonctionne correctement.
- Après une exécution du programme, la variable score est égale à 102. À quelle fréquence la cible a-t-elle été atteinte dans cette simulation ? Exprimer le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

4. On admet que la probabilité d'atteindre la cible est égale au quotient : aire de la cible divisée par aire de la plaque carrée.
Donner une valeur approchée de cette probabilité au centième près.

Exercice 7 : (géométrie)

La figure ci-contre n'est pas à l'échelle

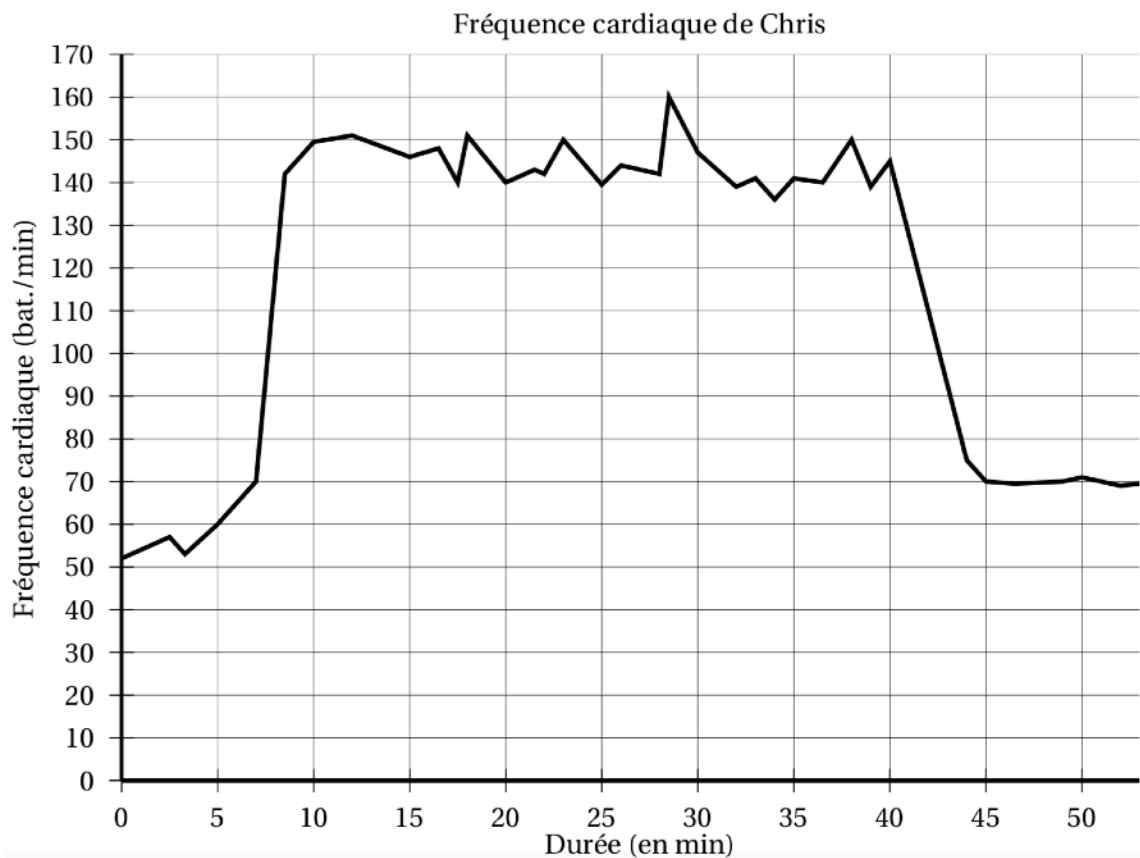


On considère ci-dessus un triangle ABC rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 30^\circ$ et $AB = 7$ cm. H est le pied de la hauteur issue de A.

- Tracer la figure en vraie grandeur sur la copie. Laisser les traits de construction apparents sur la copie.
- Démontrer que $AH = 3,5$ cm.
- Démontrer que les triangles ABC et HAC sont semblables.
- Déterminer le coefficient de réduction permettant de passer du triangle ABC au triangle HAC.

Exercice 8 : (fonction)

Chris fait une course à vélo tout terrain (VTT). Le graphique ci-dessous représente sa fréquence cardiaque (en battements par minute) en fonction du temps lors de la course.



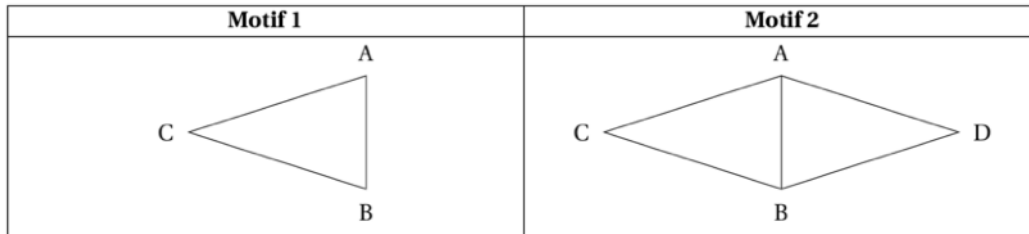
1. Quelle est la fréquence cardiaque de Chris au départ de sa course ?
2. Quel est le maximum de la fréquence cardiaque atteinte par Chris au cours de sa course ?
3. Chris est parti à 9h33 de chez lui et termine sa course à 10h26.
Quelle a été la durée, en minutes, de sa course ?
4. Chris a parcouru 11 km lors de cette course.
Montrer que sa vitesse moyenne est d'environ 12,5 km/h.
5. On appelle FCM (Fréquence Cardiaque Maximale) la fréquence maximale que peut supporter l'organisme. Celle de Chris est $FCM = 190$ battements par minute.
En effectuant des recherches sur des sites internet spécialisés, il a trouvé le tableau suivant :

Effort	Léger	Soutenu	Tempo	Seuil anaérobie
Fréquence cardiaque mesurée	Inférieur à 70% de la FCM	70 à 85 % de la FCM	85 à 92% de la FCM	92 à 97 % de la FCM

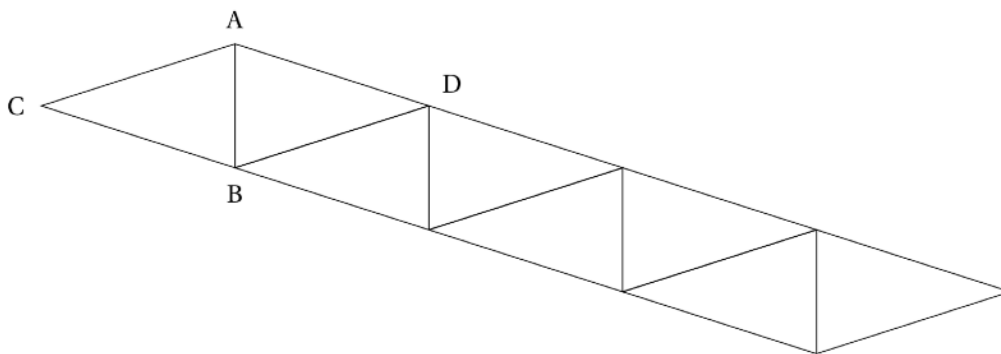
Estimer la durée de la période pendant laquelle Chris a fourni un effort soutenu au cours de sa course.

Exercice 9 : (transformation)

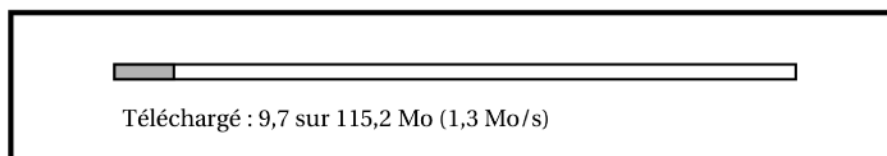
Gaspard travaille avec un logiciel de géométrie dynamique pour construire une frise. Il a construit un triangle ABC isocèle en C (motif 1) puis il a obtenu le losange ACBD (motif 2). Voici les captures d'écran de son travail.



1. Préciser une transformation permettant de compléter le motif 1 pour obtenir le motif 2.
2. Une fois le motif 2 construit, Gaspard a appliqué à plusieurs reprises une translation. Il obtient ainsi la frise ci-dessous. Préciser de quelle translation il s'agit.

**Exercice 10 : (vitesse)**

On considère la fenêtre de téléchargement ci-dessous.



Si la vitesse de téléchargement reste constante, faudra-t-il plus d'une minute et vingt-cinq secondes pour que le téléchargement se termine ?

Exercice 11 : (fonction)

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

1. $A = 2x(x - 1) - 4(x - 1)$.

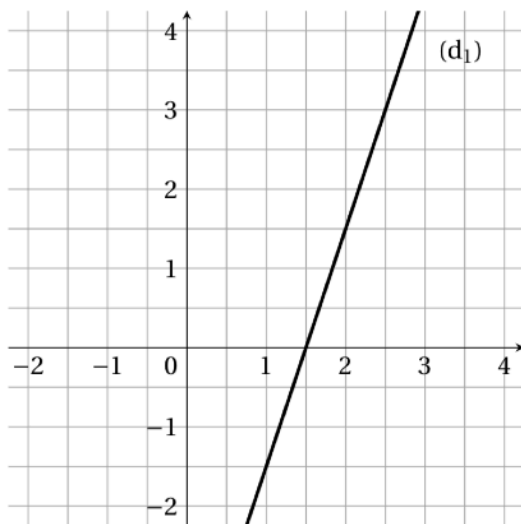
Développer et réduire l'expression A .

2. Montrer que le nombre -5 est une solution de l'équation $(2x + 1) \times (x - 2) = 63$.

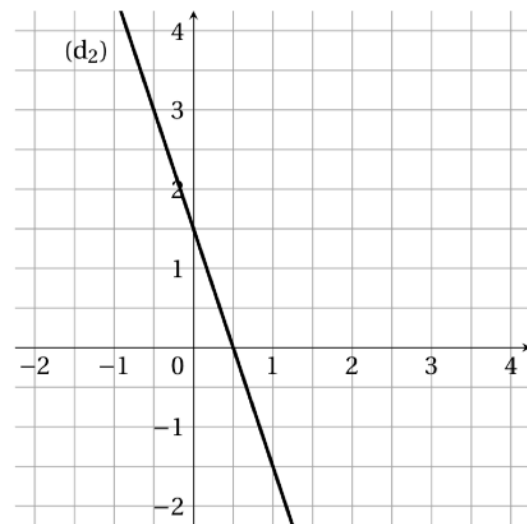
3. On considère la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1,5$.

a. Parmi les deux graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente la fonction f ?

b. Justifier votre choix.



Graphique A



Graphique B

Exercice 11 : (calcul littéral)

On considère l'expression $E = (x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2)$

1. Développer E .

2. Factoriser E et vérifier que $E = 2F$, où $F = x(x - 2)$

3. Déterminer tous les nombres x tels que $(x - 2)(2x + 3) - 3(x - 2) = 0$

Exercice 12 : (probabilité)

Un sac contient 20 boules ayant chacune la même probabilité d'être tirée. Ces 20 boules sont numérotées de 1 à 20. On tire une boule au hasard dans le sac.

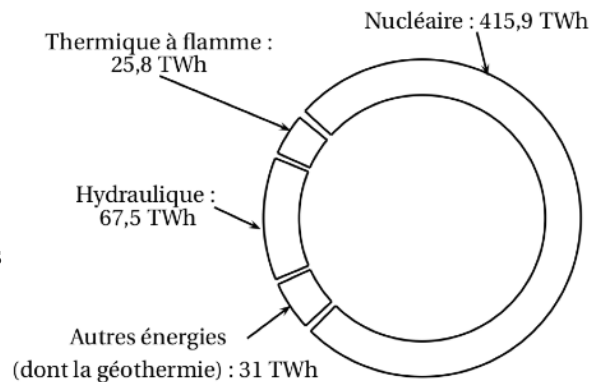
Tous les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Quelle est la probabilité de tirer la boule numérotée 13 ?
2. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro pair ?
3. A-t-on plus de chances d'obtenir une boule portant un numéro multiple de 4 que d'obtenir une boule portant un numéro diviseur de 4 ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une boule portant un numéro qui soit un nombre premier ?

Exercice 13 : (pourcentage et volume)

Un TeraWattheure est noté : 1 TWh. La géothermie permet la production d'énergie électrique grâce à la chaleur des nappes d'eau souterraines.

Le graphique ci-contre représente les productions d'électricité par différentes sources d'énergie en France en 2014.



1. **a.** Calculer la production totale d'électricité en France en 2014.
b. Montrer que la proportion d'électricité produite par les «Autres énergies (dont la géothermie)» est environ égale à 5,7 %.

2. Le tableau suivant présente les productions d'électricité par les différentes sources d'énergie, en France, en 2013 et en 2014.

	Thermique à flamme	Hydraulique	Autres énergies (dont la géothermie)	Nucléaire
Production en 2013 (en TWh)	43,5	75,1	28,1	403,8
Production en 2014 (en TWh)	25,8	67,5	31	415,9
Variation de production entre 2013 et 2014	-40,7 %	-10,1 %	+10,3 %	+3 %

Alice et Tom ont discuté pour savoir quelle est la source d'énergie qui a le plus augmenté sa production d'électricité.

Tom pense qu'il s'agit des « Autres énergies (dont la géothermie) » et Alice pense qu'il s'agit du « Nucléaire ».

Quel est le raisonnement tenu par chacun d'entre eux ?

3. La centrale géothermique de Rittershoffen (Bas Rhin) a été inaugurée le 7 juin 2016. On y a creusé un puits pour capter de l'eau chaude sous pression, à 2 500 m de profondeur, à une température de 170 degrés Celsius.

Ce puits a la forme du tronc de cône représenté ci-contre.

Les proportions ne sont pas respectées.

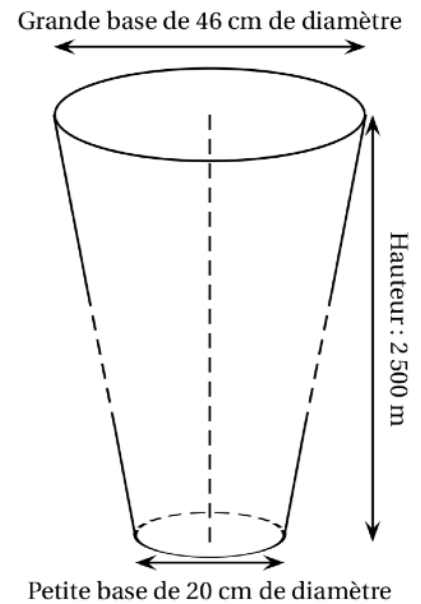
On calcule le volume d'un tronc de cône grâce à la formule suivante :

$$V = \frac{\pi}{3} \times h \times (R^2 + R \times r + r^2)$$

où h désigne la hauteur du tronc de cône, R le rayon de la grande base et r le rayon de la petite base.

a. Vérifier que le volume du puits est environ égal à 225 m³.

b. La terre est tassée quand elle est dans le sol. Quand on l'extrait, elle n'est plus tassée et son volume augmente de 30 %. Calculer le volume final de terre à stocker après le forage du puits.

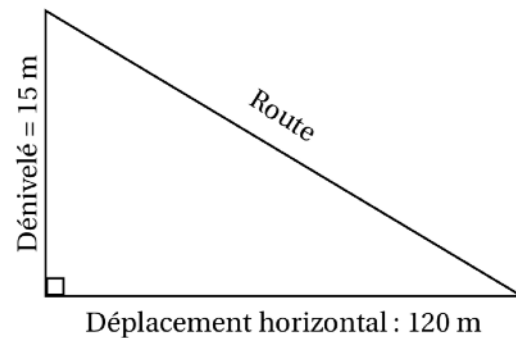


Exercice 14 : (triangle rectangle)


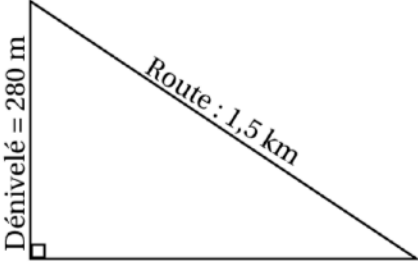
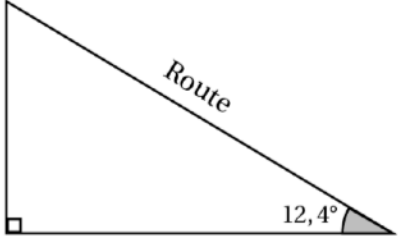
On obtient la pente d'une route en calculant le quotient du dénivelé (c'est-à-dire du déplacement vertical) par le déplacement horizontal correspondant. Une pente s'exprime sous forme d'un pourcentage.

Sur l'exemple ci-contre, la pente de la route est :

$$\frac{\text{dénivelé}}{\text{déplacement horizontal}} = \frac{15}{120} = 0,125 = 12,5 \%$$



Classer les pentes suivantes dans l'ordre décroissant, c'est-à-dire de la pente la plus forte à la pente la moins forte.

Route descendant du château des Adhémar, à Montélimar.	
Tronçon d'une route descendant du col du Grand Colombier (Ain).	
Tronçon d'une route descendant de l'Alto de l'Angliru (région des Asturies, Espagne).	

Exercice 15 : (proportionnalité)

Alban souhaite proposer sa candidature pour un emploi dans une entreprise. Il doit envoyer dans une seule enveloppe : 2 copies de sa lettre de motivation et 2 copies de son Curriculum Vitæ (CV). Chaque copie est rédigée sur une feuille au format A4.

1. Il souhaite faire partir son courrier en lettre prioritaire. Pour déterminer le prix du timbre, il obtient sur internet la grille de tarif d'affranchissement suivante :

Lettre prioritaire	
Masse jusqu'à	Tarifs net
20 g	0,80 €
100 g	1,60 €
250 g	3,20 €
500 g	4,80 €
3 kg	6,40 €

Le tarif d'affranchissement est-il proportionnel à la masse d'une lettre ?

2. Afin de choisir le bon tarif d'affranchissement, il réunit les informations suivantes :

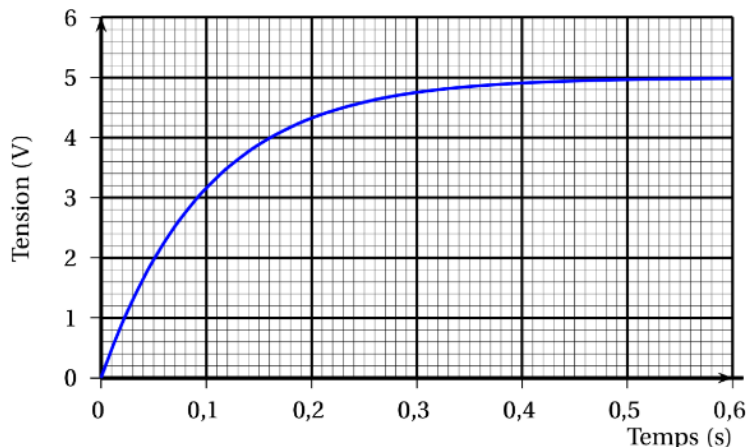
- Masse de son paquet de 50 enveloppes : 175 g
- Dimensions d'une feuille A4 : 21 cm de largeur et 29,7 cm de longueur.
- Grammage d'une feuille A4 : 80 g/m² (le grammage est la masse par m² de feuille).

Quel tarif d'affranchissement doit-il choisir ?

Exercice 16 : (graphique)

Un condensateur est un composant électronique qui permet de stocker de l'énergie électrique pour la restituer plus tard.

Le graphique suivant montre l'évolution de la tension mesurée aux bornes d'un condensateur en fonction du temps lorsqu'il est en charge.



1. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Justifier.

2. Quelle est la tension mesurée au bout de 0,2 s ?

3. Au bout de combien de temps la tension aux bornes du condensateur aura-t-elle atteint 60 % de la tension maximale qui est estimée à 5 V ?

Exercice 17 : (calcul littéral et vitesse)

1. Lors des Jeux Olympiques de Rio en 2016, la danoise Pernille Blume a remporté le 50 m nage libre en 24,07 secondes. A-t-elle nagé plus rapidement qu'une personne qui se déplace en marchant vite, c'est-à-dire à 6 km/h ?

2. On donne l'expression $E = (3x + 8)^2 - 64$.

a. Développer E .

b. Montrer que E peut s'écrire sous forme factorisée : $3x(3x + 16)$.

c. Résoudre l'équation $(3x + 8)^2 - 64 = 0$.

3. La distance d de freinage d'un véhicule dépend de sa vitesse et de l'état de la route.

On peut la calculer à l'aide de la formule suivante :

$$d = k \times V^2 \text{ avec}$$

d : distance de freinage en m

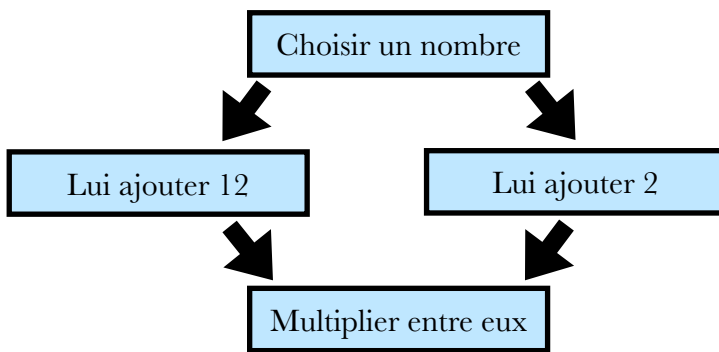
V : vitesse du véhicule en m/s

k : coefficient dépendant de l'état de la route

• $k = 0,14$ sur route mouillée

• $k = 0,08$ sur route sèche.

Quelle est la vitesse d'un véhicule dont la distance de freinage sur route mouillée est égale à 15 m ?

Exercice 18 : (Calcul littéral)

1. Tester ce programme de calcul avec $x = 3$ puis $x = -4$.
2. Démontrer que si le nombre choisi est x , alors le résultat obtenu est $P = (x + 12)(x + 2)$.
3. Développer et réduire l'expression $P = (x + 12)(x + 2)$.
4. Factoriser l'expression $Q = (x + 7)^2 - 25$.
5. ABC est un triangle rectangle en A ; x désigne un nombre positif ; $BC = x + 7$; $AB = 5$.
Faire un schéma et montrer que $AC^2 = x^2 + 14x + 24$.