Chapitre 10 : Arithmétique
Savoir faire 3 : Problèmes d'engrenages

Exercice 1 :

1. a.
Quand la roue A fait 9 tours, alors les roues A et B ont tourné de $9 \times 12 = 108$ dents. Comme la roue B a 18 dents, elle a réalisé $108 \div 18 = 6$ tours complets.
b. Si la roue A fait 13 tours, alors les roues A et B ont tourné de $13 \times 12 = 156$ dents.
Comme la roue B a 18 dents, elle a réalisé
$156 \div 18 = 8 + \dfrac{2}{3}$ tours.
La roue B a donc réalisé 8 tours complets et les deux tiers d'un autre tour.
2. Modélisation : Les deux roues se retrouveront dans la même position quand elles auront fait un nombre entier de tours, qui doit correspondre à un multiple de 12 dents pour la roue A et de 18 dents pour la roue B.
Cherchons donc le plus petit multiple commun à 12 et 18. Pour le trouver, utilisons la décomposition en facteurs premiers.

Résolution : $12 = 2 \times 2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3 \times 3$.
Le plus petit multiple commun doit contenir les diviseurs de chacun, soit $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ dents.
Les roues occuperont donc à nouveau la même position pour la première fois au bout de $36 \div 12 = 3$ tours pour A, et $36 \div 18 = 2$ tours pour B. Au bout de combien de tours de chacune des roues seront-elles de nouveau et pour la première fois, dans la même position.

Exercice 2 :

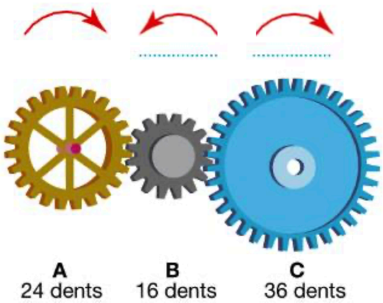
On a un engrenage donc les deux roues tournent du même nombre de dents.
Pour un nombre entier de tours, la petite roue tourne d'un multiple de 15 dents et la grande roue tourne d'un multiple de 35 dents : on cherche donc un multiple commun de 15 et de 35 pour que les 2 roues aient tourné chacune d'un nombre entier de tour.
Décomposons 15 et 35 en facteurs premiers :
$15 = 3 \times 5$ et $35 = 5 \times 7$.
En prenant $3 \times 5 \times 7 = 105$, on obtient un multiple commun de 15 et de 35, et c'est le plus petit possible.
Quand les 2 roues auront tournées de 105 dents, la petite roue (15 dents) aura effectué 7 tours et la grande roue (35 dents) aura effectué 3 tours.

Exercice 3 :

Pour un nombre entier de tours, la petite roue tourne d'un multiple de 12 dents, la moyenne d'un multiple de 15 dents et la grande roue tourne d'un multiple de 20 dents : on cherche donc un multiple commun de 12, 15 et de 20 pour que les 3 roues aient tourné chacune d'un nombre entier de tour.

Le premier multiple commun à 12, 15 et 20 est 60.
$12 \times 5 = 60$
La roue verte doit tourner de 5 tours.

Exercice 4 :



2. Pour un nombre entier de tours, la petite roue tourne d'un multiple de 16 dents, la moyenne d'un multiple de 24 dents et la grande roue tourne d'un multiple de 36 dents : on cherche donc un multiple commun de 16, 24 et de 36 pour que les 3 roues aient tourné chacune d'un nombre entier de tour.

Décomposons 16, 24 et 36 en facteurs premiers.
$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$
$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$
En prenant $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$, on obtient un multiple commun.
Quand les 3 roues auront tournées de 144 dents, la roue A aura effectué 6 tours , la roue B aura effectué 9 tours et la roue C aura effectué 4 tours.

Exercice 5 :

Pour un nombre entier de tours, la petite roue tourne d'un multiple de 26 dents, la moyenne d'un multiple de 33 dents et la grande roue tourne d'un multiple de 39 dents : on cherche donc un multiple commun de 26, 33 et de 39 pour que les 3 roues aient tourné chacune d'un nombre entier de tour.

Décomposons 26, 33 et 39 en facteurs premiers.
$26 = 2 \times 13$
$33 = 3 \times 11$
$39 = 3 \times 13$
En prenant $2 \times 3 \times 11 \times 13 = 858$, on obtient un multiple commun.
Quand les 3 roues auront tournées de 858 dents, la roue A aura effectué 22 tours , la roue B aura effectué 33 tours et la roue C aura effectué 26 tours.

Exercice 6 :

La grande aiguille va tourner dans le sens des aiguilles et de 10 dents car la roue qui fait un tour est composé de 10 dents donc elle va se retrouver sur le 2.